

David PUSTKA¹, Radim ČAJKA², Pavel Marek³

**PRAVDĚPODOBNOSTNÍ ANALÝZA SPOLEHLIVOSTI SDRUŽENÉ PILÍŘOVÉ SOUSTAVY
TVOŘENÉ ŠTÍHLÝMI ŽELEZOBETONOVÝMI PRUTY METODOU SBRA**

Abstract

Modern reinforced concrete structural systems, formed by various slender members (i.e. columns, piers, frame legs, etc.), are used more frequent than ever. Effects of external forces on these structures are significantly dependent on their deformations. Reliability assessment of these structures should be based on equilibrium of internal and external forces acting on deformed structure. Rapidly growing potential of computer technology allows utilize fully probabilistic methods of reliability assessment of structures. Subject of this paper is study demonstrating probabilistic reliability analysis of a continuous reinforced concrete frame exposed to random variable loads. As well, other input quantities (e.g. material and geometrical properties) are considered as random variables. Solution of this problem is based on the fully probabilistic SBRA (Simulation-Based Reliability Assessment) method (see e.g. [1], [2] and [3]) allowing direct determination of structure reliability.

1 ÚVOD

Železobetonové konstrukční systémy, tvořené excentricky zatíženými štíhlými pruty (např. sloupy, pilíři, rámovými stojkami, atd.) se v moderním betonovém stavitelství používají čím dál tím častěji. Při statickém řešení těchto soustav, je třeba přihlédnout ke geometrické a fyzikální nelinearitě. Významnou částí výpočtu je určení kritického zatížení soustavy, tj. zatížení, při němž je na deformované soustavě dosaženo labilní rovnováhy vnitřních a vnějších sil. Nejčastějším tvarem prutových soustav se štíhlými pruty jsou v mostním stavitelství soustavy štíhlých, v patách vetknutých pilířů spojených v horních koncích kloubově připojeným trámem, nebo sdrúžené rámy se štíhlými stojkami. V pozemních a průmyslových stavbách se navrhují patrové rámy se štíhlými stojkami. Štíhlé pruty jsou tedy v těchto nejvýznamnějších případech svislé pilíře nebo stojky.

Významný rozvoj výpočetní techniky v minulých desetiletích podpořil rozvoj plně pravděpodobnostních metod posudku spolehlivosti stavebních konstrukcí. Současné normy, jež jsou ve velké míře založeny na metodě dílčích součinitelů, mají řadu omezení, přičemž mezi ty nejvýznamnější patří: (a) nemožnost přímé kvantifikace spolehlivosti vyšetřované konstrukce, (b) problémy s nalezením kritické kombinace vícekomponentních účinků zatížení a (c) problematika začlenění různých časově proměnných účinků ovlivňujících bezpečnost, použitelnost a trvanlivost stavebních konstrukcí do posudku spolehlivosti. Tyto a taktéž další, zde nejmenované, nedostatky metody dílčích součinitelů odstraňují plně pravděpodobnostní metody, mezi které patří i metoda SBRA (Simulation-Based Reliability Assessment) - viz. např. [1], [2] a [3], založená na Monte Carlo simulační technice. Přímá kvantifikace spolehlivosti vyšetřované konstrukce je možná pouze za předpokladu popisu náhodných veličin pomocí odpovídajících rozdělení pravděpodobnosti. V metodě SBRA jsou s výhodou používány ohraničené histogramy, jež zpravidla lépe aproximují rozptyl skutečných veličin, než rozdělení parametrická. Výpočetní potenciál této metody je naznačen v

¹ Ing. David Pustka, Ph.D., Katedra konstrukcí, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875, Ostrava-Poruba, tel.: +420 597 321 949, e-mail: david.pustka@vsb.cz.

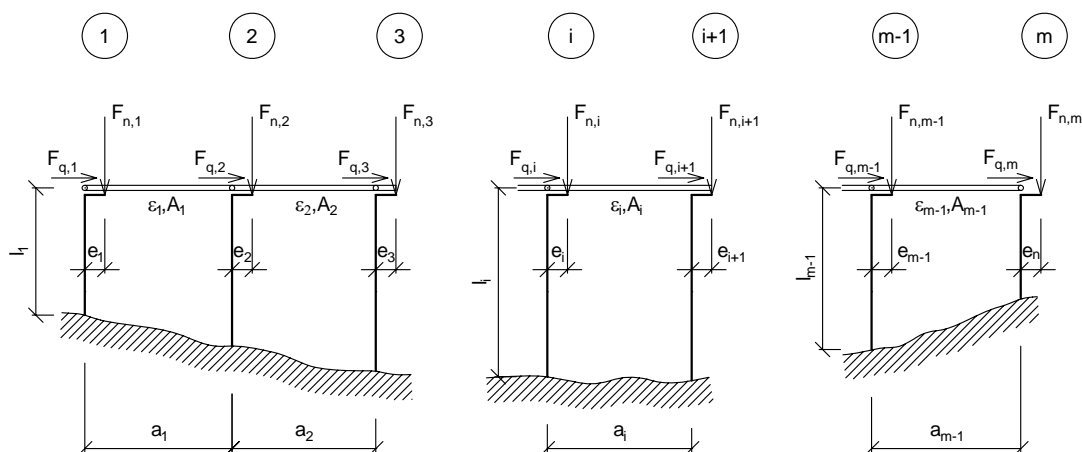
² Doc. Ing. Radim Čajka, CSc., Katedra konstrukcí, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875, Ostrava-Poruba, tel.: +420 597 321 344, e-mail: radim.cajka@vsb.cz.

³ Prof. Ing. Pavel Marek DrSc., Ústav teoretické a aplikované mechaniky, Akademie věd ČR, 190 00 Praha, Prosecká 76, tel. +420 283 882 462 e-mail: marekp@itam.cas.cz.

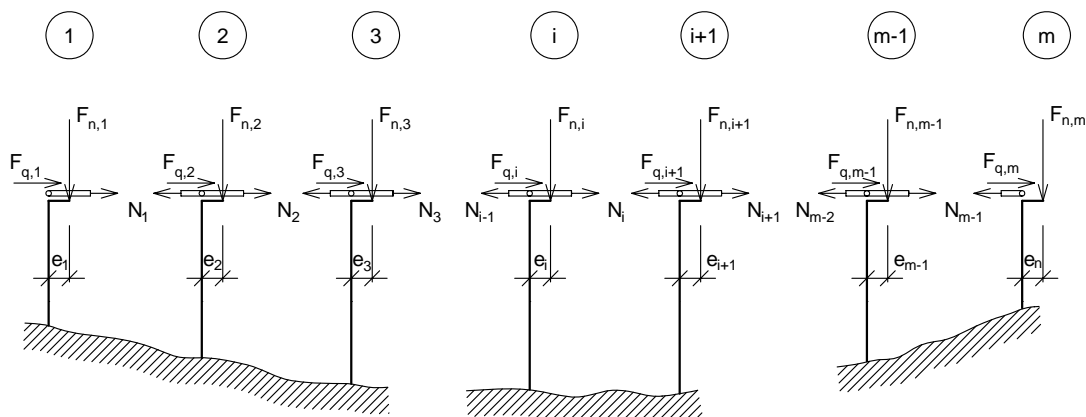
následujících odstavcích, kde je stručně naznačeno řešení rozboru spolehlivosti sdržené pilířové soustavy tvořené štíhlými železobetonovými pruty.

2 PRAVDĚPODOBNOSTNÍ ANALÝZA SPOLEHLIVOSTI SDRUŽENÉ PILÍŘOVÉ SOUSTAVY

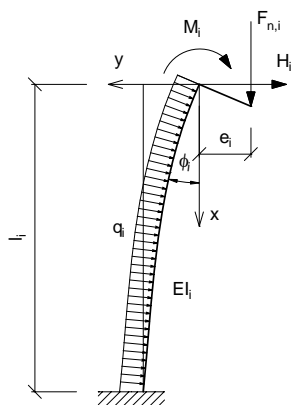
Předmětem řešení je soustava pěti samostatných železobetonových pilířů vetknutých v patách. Pilíře jsou v hlavách kloubově připojené ke spojitému vodorovnému předpjatému železobetonovému trámu (viz Obr. 1). Průřezy jednotlivých pilířů jsou uvažovány jako obdélníkové, vyztužené při každém povrchu jednou řadou výztuže (řešení však lze provést i pro obecný tvar průřezu (viz práce [17])). Každý pilíř je ve svém vrcholu zatížen (viz Obr. 1) shora danou svislou silou $F_{n,i}$ na excentricitě e_i , vodorovnou silou $F_{q,i}$ a vodorovným rovnoměrným zatížením $f_q = w$. V důsledku spolupůsobení pilířů působí v jednotlivých polích trámu normálové síly N_i (viz Obr. 2). Každý pilíř je tedy namáhán ve vrcholu excentricky působící silou $F_{n,i}$ a vodorovnou silou H_i (Obr. 3).



Obr. 1: Sdržená pilířová soustava se štíhlými pilíři - geometrický tvar, zatížení, tuhosti



Obr. 2: Sdržená pilířová soustava se štíhlými pilíři - zatížení základní soustavy



Obr. 3: Zatížení a deformace i-tého pilíře

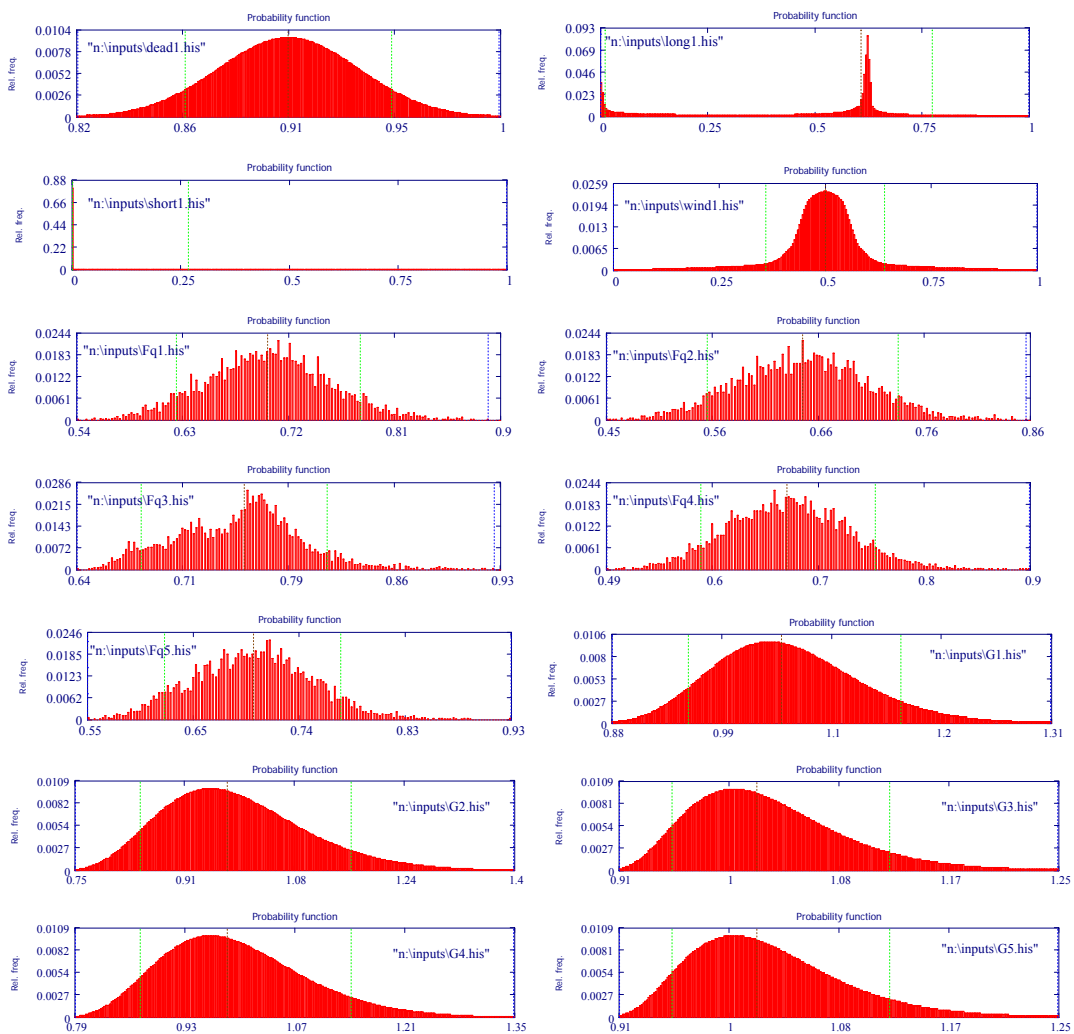
Vstupní veličiny jsou uvažovány jako náhodně proměnné a zavedené do výpočtu ve formě ohraničených histogramů. Jednotlivé hodnoty vstupních veličin, včetně příslušných jednotek, a odpovídající histogramy jsou uvedeny v Tabulce 1. Grafické vyjádření použitých ohraničených histogramů je znázorněno na Obr. 4, 5 a 6. Kompletní statistické vyhodnocení jednotlivých vstupních histogramům je uvedeno v příloze B.1 práce [17].

Tabulka 1: Vstupní náhodné veličiny

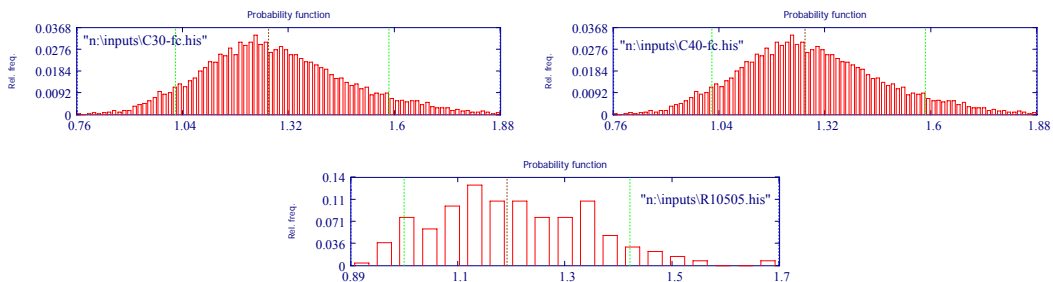
Popis proměnné	Označení	Nominální hodnoty	Jednotka	Histogram
Rozpětí polí trámů	$a_{\text{trám}}$	55; 58; 61; 54	[m]	N1-01; N1-01; N1-01; N1-01
Šířky průřezů trámů	$b_{\text{trám}}$	2,34; 2,34; 2,34; 2,34	[m]	N1-05; N1-05; N1-05; N1-05
Výšky průřezů trámů	$h_{\text{trám}}$	5,05; 5,05; 5,05; 5,05	[m]	N1-05 N1-05; N1-05; N1-05
Pevnost betonu v tlaku	$f_{c,\text{trám}}$	40; 40; 40; 40	[MPa]	C40-fc; C40-fc; C40-fc; C40-fc; C40-fc;
Volné deformace jednotlivých polí trámu od objemových změn	$\varepsilon_{c,\text{trám}}$	-0.00058875; -0.00058875; -0.00058875; -0.00058875	[-]	N1-20; N1-20; N1-20; N1-20
Délky jednotlivých pilířů	$l_{\text{pilíř}}$	24; 27; 32; 29; 26	[m]	N1-01; N1-01; N1-01; N1-01; N1-01
Šířky průřezů jednotlivých pilířů	$b_{\text{pilíř}}$	7; 7; 7; 7; 7	[m]	N1-05; N1-05; N1-05; N1-05; N1-05
Výšky průřezů jednotlivých pilířů	$h_{\text{pilíř}}$	1,8; 1,8; 1,8; 1,8; 1,8	[m]	N1-05; N1-05; N1-05; N1-05; N1-05
Pevnost betonu v tlaku jednotlivých pilířů	$f_{c,\text{pilíř}}$	30; 30; 30; 30; 30	[mm]	C30-fc; C30-fc; C30-fc; C30-fc; C30-fc;

Tabulka 2: Vstupní náhodné veličiny (pokračování)

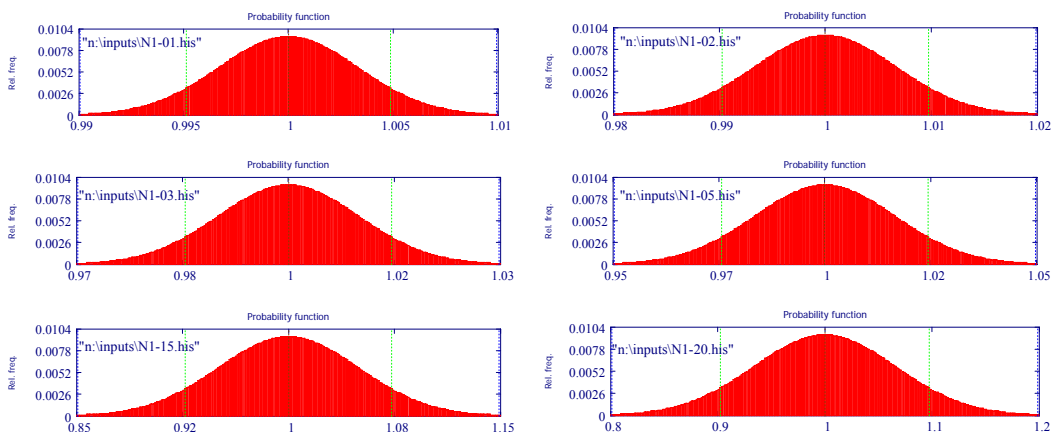
Popis proměnné	Označení	Nominální hodnoty	Jednotka	Histogram
Průměry výztuží v jednotlivých pilířích při dolních površích průřezů	$\phi_{s1,pilir}$	32; 32; 32; 32; 32	[mm]	N1-03; N1-03; N1-03; N1-03; N1-03
Průměry výztuží v jednotlivých pilířích při horních površích průřezů	$\phi_{s2,pilir}$	32; 32; 32; 32; 32	[mm]	N1-03; N1-03; N1-03; N1-03; N1-03
Počet výztužných prutů při obou površích průřezů jednotlivých pilířů	$n_{s,pilir}$	48; 83; 99; 76; 54	[-]	
Tloušťky krytí výztuží při dolních površích průřezů jednotlivých pilířů	$c_{1,pilir}$	50; 50; 50; 50; 50	[mm]	N1-15; N1-15; N1-15; N1-15; N1-15
Tloušťky krytí výztuží při horních površích průřezů jednotlivých pilířů	$c_{2,pilir}$	50; 50; 50; 50; 50	[mm]	N1-15; N1-15; N1-15; N1-15; N1-15
Objemové hmotnosti železobetonů použitých pro jednotlivé pilíře	$\rho_{c,pilir}$	2500; 2500; 2500; 2500; 2500	[kg.m ⁻³]	N1-02; N1-02; N1-02; N1-02; N1-02
Mez kluzu výztuží v jednotlivých pilířích	$f_{y,pilir}$	500; 500; 500; 500; 500	[MPa]	R10505; R10505; R10505; R10505; R10505
Součinitel dotvarování betonu pilířů	ϕ_{cr}	2,5	[-]	N1-20
Velikost normálových sil od stálých zatížení působících na jednotlivé pilíře	F_{dl}	21,914; 20,548; 17,905; 16,023; 14,253	[MN]	dead1; dead1; dead1; dead1; dead1
Velikost normálových sil od dlouhodobých nahodilých zatížení působících na jednotlivé pilíře	F_{ll}	17,531; 16,438; 14,324; 12,818; 11,402	[MN]	long1; long1; long1; long1; long1
Velikost normálových sil od krátkodobých nahodilých zatížení působících na jednotlivé pilíře	F_{sl}	5,478; 5,137; 4,476; 4,006; 3,563	[MN]	short1; short1; short1; short1; short1
Excentricity normálových sil	e'	0,055; 0,092; 0,107; 0,133; 0,167	[m]	G1; G2; G3; G4; G5
Vodorovné spojitě rovnoměrné zatížení působící na každý pilíř	w	6,720	[kN.m ⁻¹]	wind1
Vodorovné síly působící v hlavách jednotlivých pilířů	F_q	0,511; 0,594; 0,865; 1,127; 1,267	[MN]	Fq1; Fq2; Fq3; Fq4; Fq5



Obr. 4: Ohraničené histogramy reprezentující zatížení



Obr. 5: Ohraničené histogramy reprezentující pevnostní charakteristiky použitých materiálů



Obr. 6: Ohraničené histogramy reprezentující ostatní vstupní náhodně proměnné veličiny

Matematický model, implementovaný do výpočetního programu, vychází z metody náhradního štíhlého sloupu (viz např. [6]). Při sestavování modelu pro simulační výpočet sdružené pilířové soustavy bylo čerpáno z knihy [4]. Vytvořený simulační program je tvořen čtyřmi hlavními částmi:

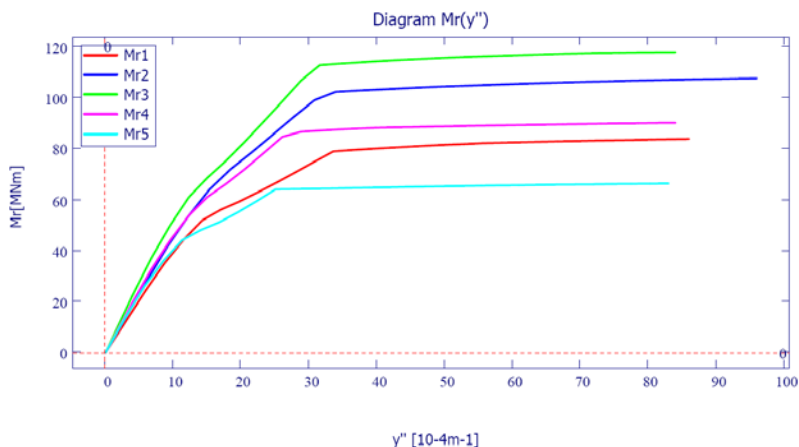
- (a) výpočet vstupních náhodně proměnných veličin,
- (b) výpočet pilířové soustavy za předpokladu geometrické nelinearity při uvažování pružného oboru působení,
- (c) výpočet tuhosti jednotlivých pilířů,
- (d) výpočet soustavy respektující geometrickou i fyzikální nelinearitu.

Výpis výpočtu odpovídající vybranému simulačnímu kroku je uveden v příloze B.2 práce [17]. Výpočet je doplněn grafy reprezentující:

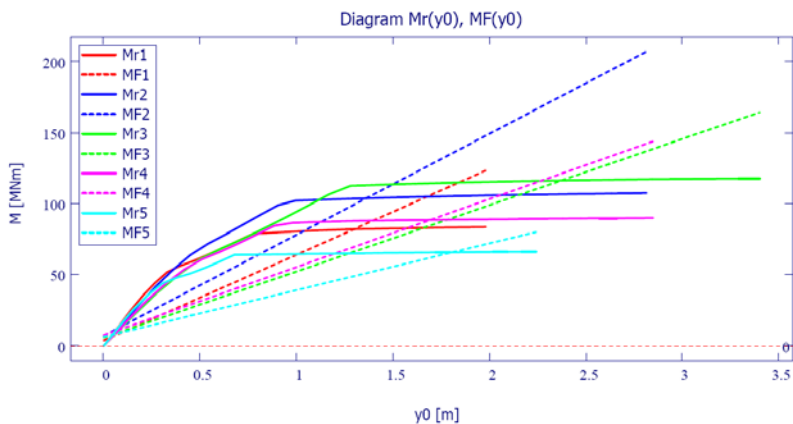
- (a) pracovní diagramy průřezů jednotlivých pilířů $M_r(y'')$ vyjadřující závislost momentů vnitřních sil M_r na křivostech jednotlivých pilířů y'' (viz Obr. 7),
- (b) závislosti momentů vnitřních sil M_r a vnějších sil M_F na průhybech jednotlivých pilířů y_0 (viz Obr.8),
- (c) velikosti vodorovných sil H v závislosti na průhybech pilířů y_0 (viz Obr. 9),
- (d) velikosti součtových čar H_{sum} v závislosti na průhybu y_0 (viz Obr. 10).

Výsledky simulačního výpočtu jsou uvedeny v příloze B.3 práce [17], kde jsou zobrazeny (z hlediska rozboru spolehlivosti) významné vypočtené náhodně proměnné veličiny ve formě ohraničených histogramů. Nejdůležitější veličiny jsou uvedeny dále i v tomto článku. Velikost maximální celkové vodorovné síly $\Sigma H_{cr,tot}$, již lze zatížit soustavu (viz Obr. 10), je vyjádřena histogramem „H_cr_tot“ uvedeným na Obr. 11. Histogram „H_plast_tot“ (viz Obr. 12) udává součet vodorovných sil v hlavách pilířů při skutečném zatížení soustavy a za předpokladu geometrické i fyzikální nelinearity. Funkce bezpečnosti je vyjádřena histogramem „RF_H_cr_tot“ uvedeným na Obr. 13. Z grafu tohoto histogramu je zřejmé, že hodnoty této funkce se vyskytují pouze s kladným znaménkem, tzn. pro provedený počet simulačních kroků se vypočtená pravděpodobnost poruchy rovná nule. (Zde by mělo být upozorněno na fakt, že pro ověření mezních stavů bezpečnosti s uvažováním malých hodnot návrhových pravděpodobností, by počet provedených simulací měl být výrazně větší – viz např. [9], [3]. S ohledem na časovou náročnost výpočtu byla prozatím provedena

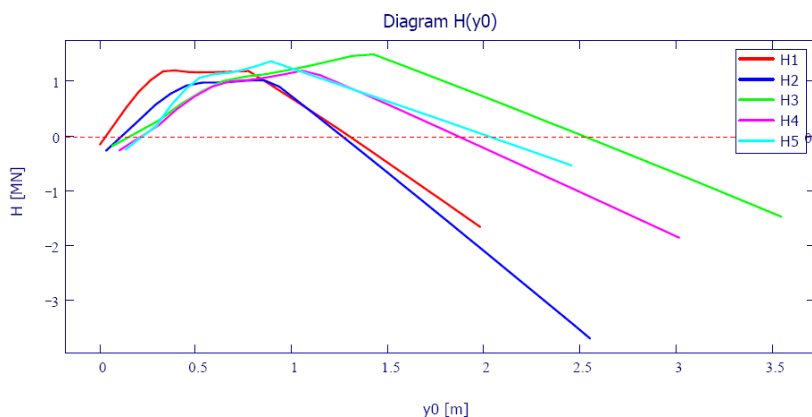
simulace s omezeným počtem simulačních kroků. Na vývoji urychlení simulace se v současnosti pracuje).



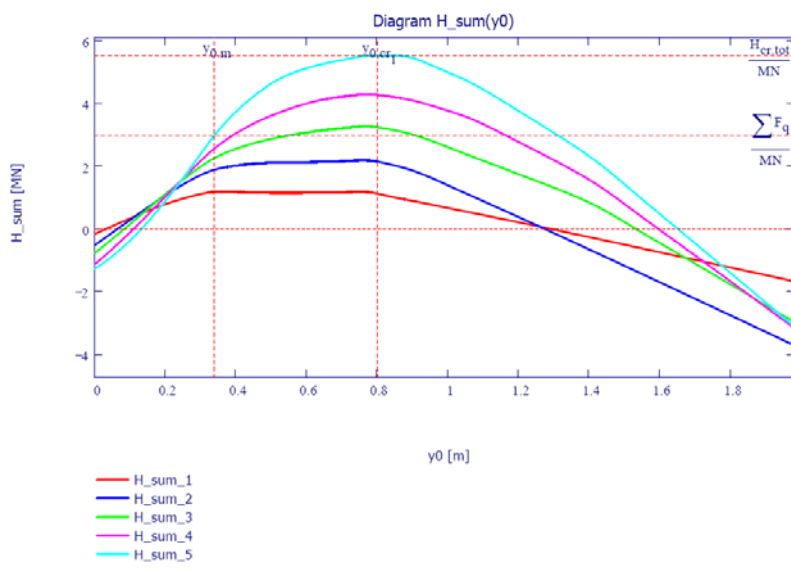
Obr. 7: Pracovní diagramy průřezů jednotlivých pilířů



Obr. 8: Závislost momentů vnitřních sil M_r a momentů vnějších sil M_r na průhybech y_0



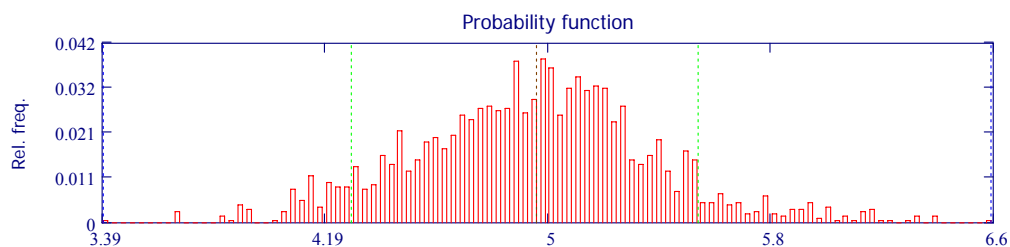
Obr. 9: Závislost vodorovných sil působících na pilíře a průhybů vrcholů pilířů (s respektováním stlačení příčle)



Obr. 10: Graf součtových čar H_{sum}

`HisName(TableOfHistograms,item) = "n:\results\H_cr_tot [MN].his"`

`his := HisData(TableOfHistograms,item)`



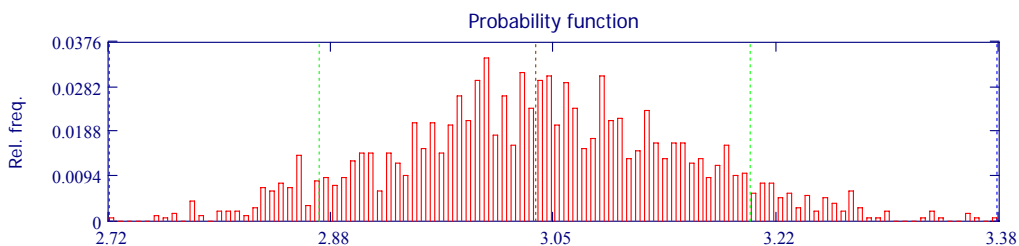
`INFO(his,P1,P2,Q) =`

"minimum"	3.393764665	"skewness"	0.134645704
"maximum"	6.597471001	"concentration coefficient"	3.4595887997
"bins"	100	"kurtosis"	0.4595887997
"simulations"	1900	"probability(0)"	0
"mean"	4.9441224691	"quantile(7e-05)"	3.3980255944
"variance"	0.190229184	"quantile(0,07)"	4.2908024391
"standard deviation"	0.4361527072	"quantile(0,5)"	4.9589208332
"median"	4.9589208332	"quantile(0,99993)"	6.5932100716
"variance coefficient"	0.0882164044	"quantile(0,93)"	5.5391037293

Obr. 11: Histogram maximální celkové vodorovné síly $\Sigma H_{\text{cr,tot}}$

HisName(TableOfHistograms,item) = "n:\results\H_plast_tot [MN].his"

his := HisData(TableOfHistograms,item)



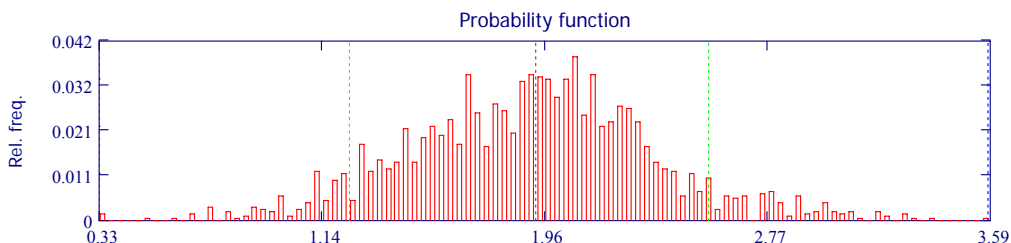
INFO(his,P₁,P₂,Q) =

"minimum"	2.71574815	"skewness"	0.0712169945
"maximum"	3.38487256	"concentration coefficient"	2.8640875071
"bins"	100	"kurtosis"	-0.1359124929
"simulations"	1900	"probability(0)"	0
"mean"	3.0387133725	"quantile(7e-05)"	2.7166380855
"variance"	0.0115550382	"quantile(0,07)"	2.8746651974
"standard deviation"	0.1074943633	"quantile(0,5)"	3.0376447858
"median"	3.0376447858	"quantile(0,99993)"	3.3839826245
"variance coefficient"	0.0353749598	"quantile(0,93)"	3.1981260201

Obr. 12: Histogram součtu vodorovných sil v hlavách pilířů při skutečném zatížení soustavy a za předpokladu geometrické i fyzikální nelinearity

HisName(TableOfHistograms,item) = "n:\results\RF_H_cr_tot [MN].his"

his := HisData(TableOfHistograms,item)



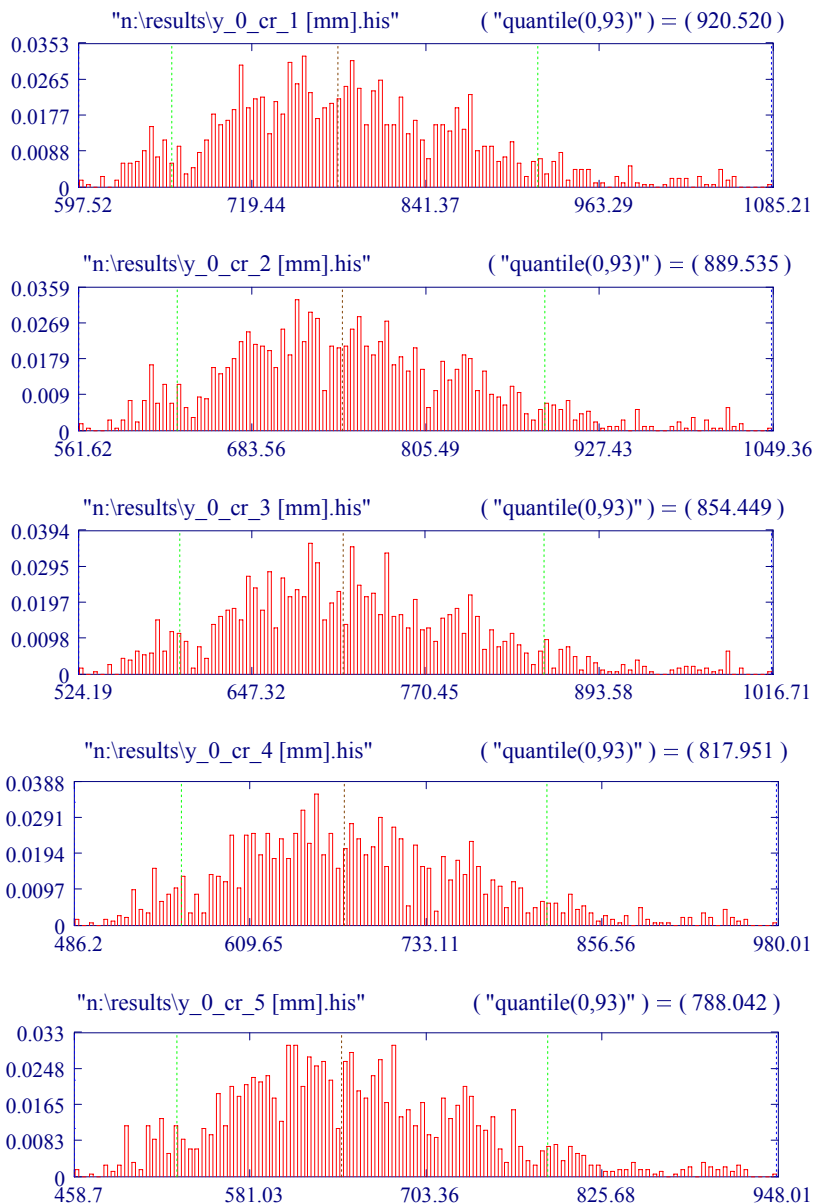
INFO(his,P₁,P₂,Q) =

"minimum"	0.3277980368	"skewness"	0.0627025505
"maximum"	3.589283767	"concentration coefficient"	3.3965846897
"bins"	100	"kurtosis"	0.3965846897
"simulations"	1900	"probability(0)"	0
"mean"	1.9098246045	"quantile(7e-05)"	0.3292439621
"variance"	0.2027623651	"quantile(0,07)"	1.2446379143
"standard deviation"	0.4502914224	"quantile(0,5)"	1.9264356517
"median"	1.9264356517	"quantile(0,99993)"	3.584945991
"variance coefficient"	0.2357763228	"quantile(0,93)"	2.5593409048

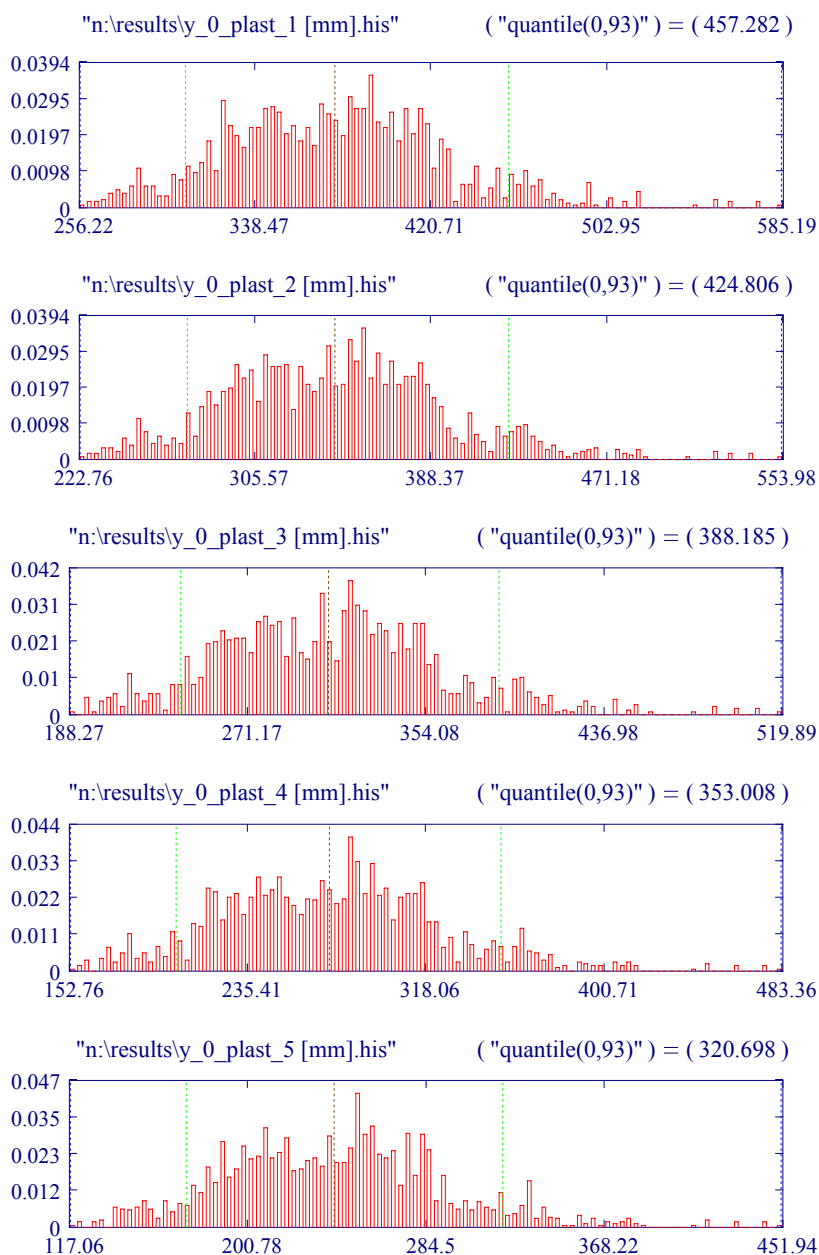
Obr. 13: Histogram funkce bezpečnosti RF_{Hcr,tot} [MN]

Velikosti průhybů vrcholů pilířů při kritickém zatížení soustavy celkovou vodorovnou silou $H_{cr,tot}$ a při respektování geometrické i fyzikální nelinearity jsou reprezentovány histogramy „y_0_cr_i“ (viz Obr. 14), kde i představuje pořadová čísla jednotlivých pilířů. Velikosti průhybů vrcholů pilířů při skutečném zatížení soustavy (při respektování geometrické i fyzikální nelinearity) jsou vyjádřeny histogramy „y_0_plast_i“ na Obr. 15. Pro možnost srovnání s výpočtem za

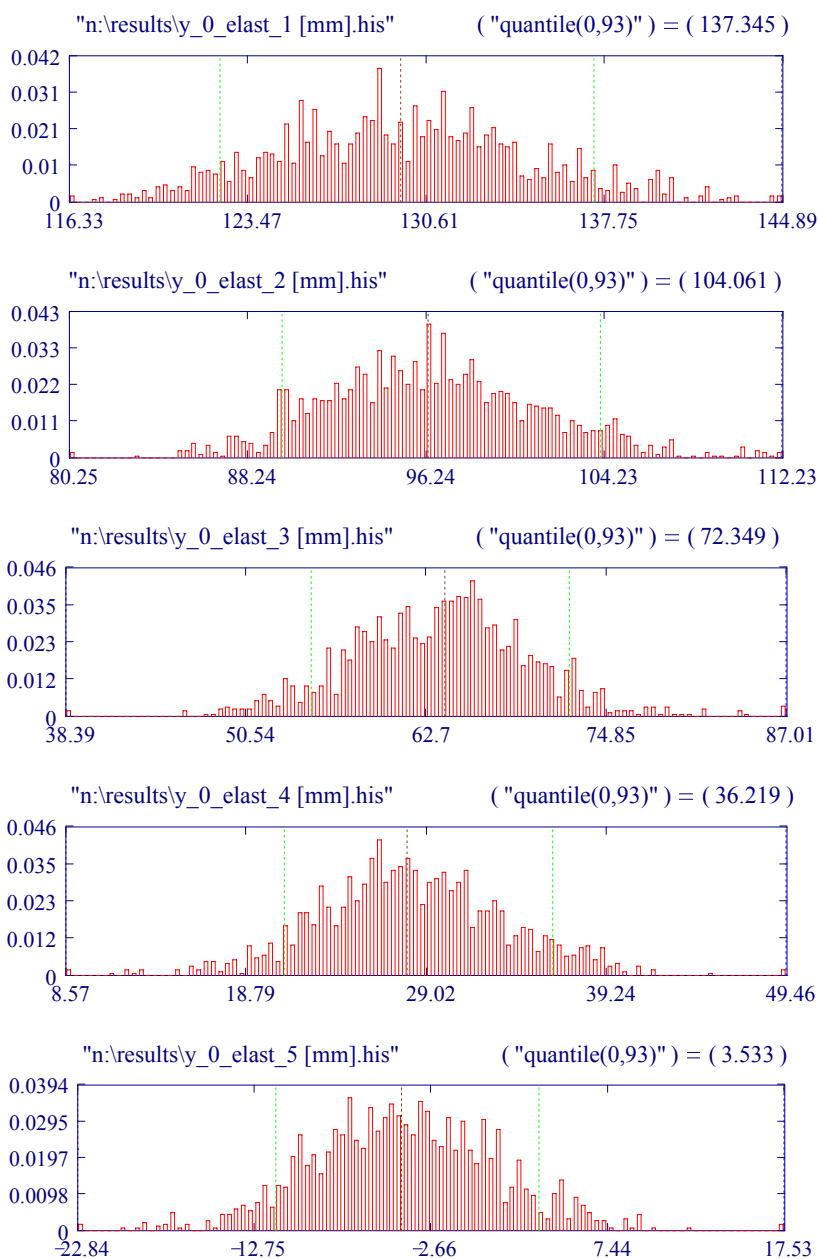
předpokladu geometrické nelinearity, avšak při pružném oboru působení materiálů, jsou uvedeny histogramy průhybů vrcholů pilířů s označením „y_0_elast_i“ – viz Obr. 16. Jak je zřejmé z porovnání Obr. 15 a 16, maximální průhyb prvního pilíře při uvažovaném zatížení (jehož průhyb je největší ze všech pilířů) je při respektování fyzikální nelinearity více než trojnásobný proti případu, kdy se předpokládá chování konstrukce v pružném oboru.



Obr. 14: Velikosti průhybů vrcholů pilířů $y_{0,cr,i}$ [mm] při kritickém zatížení soustavy a při respektování geometrické i fyzikální nelinearity



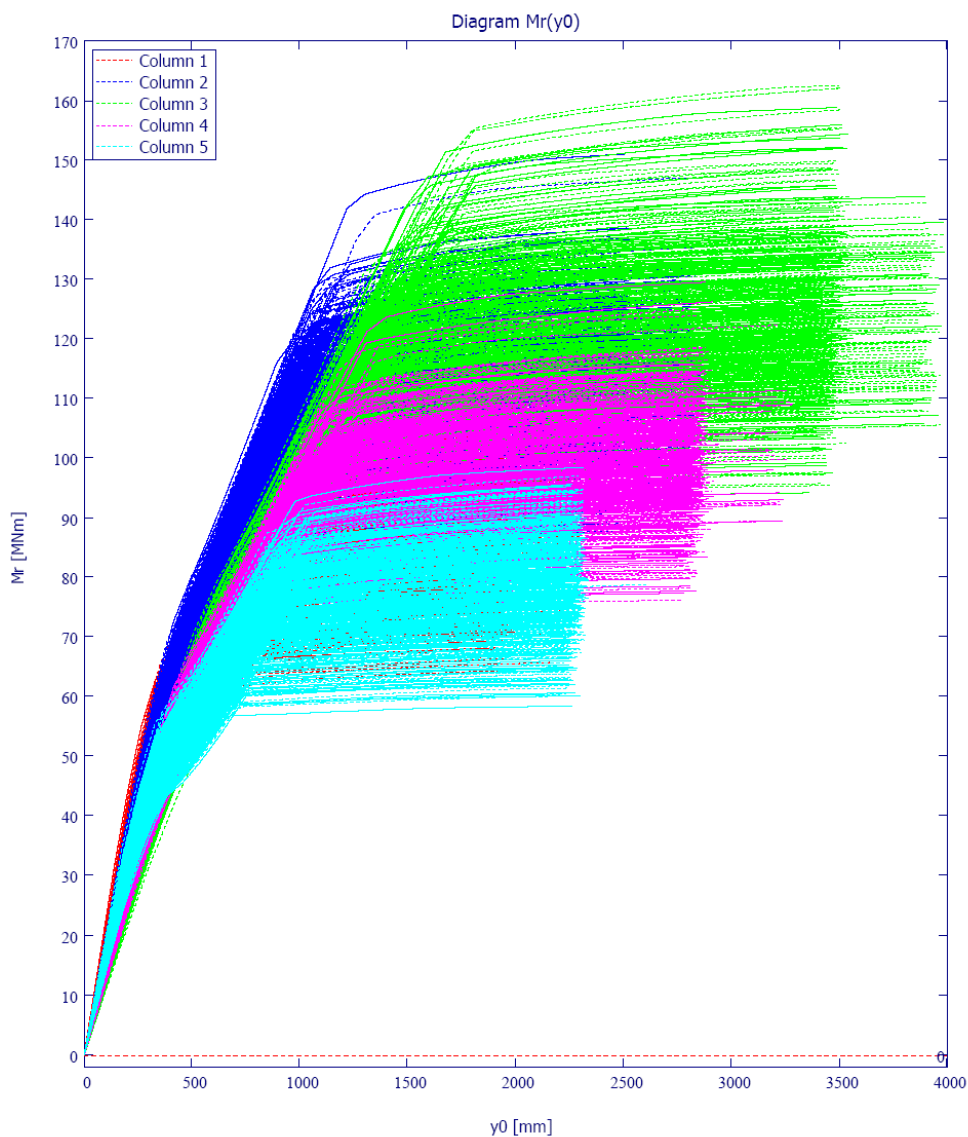
Obr. 15: Velikosti průhybů vrcholů pilířů $y_{0,plast,i}$ [mm] při uvažovaném zatížení soustavy a při respektování geometrické i fyzikální nelinearity



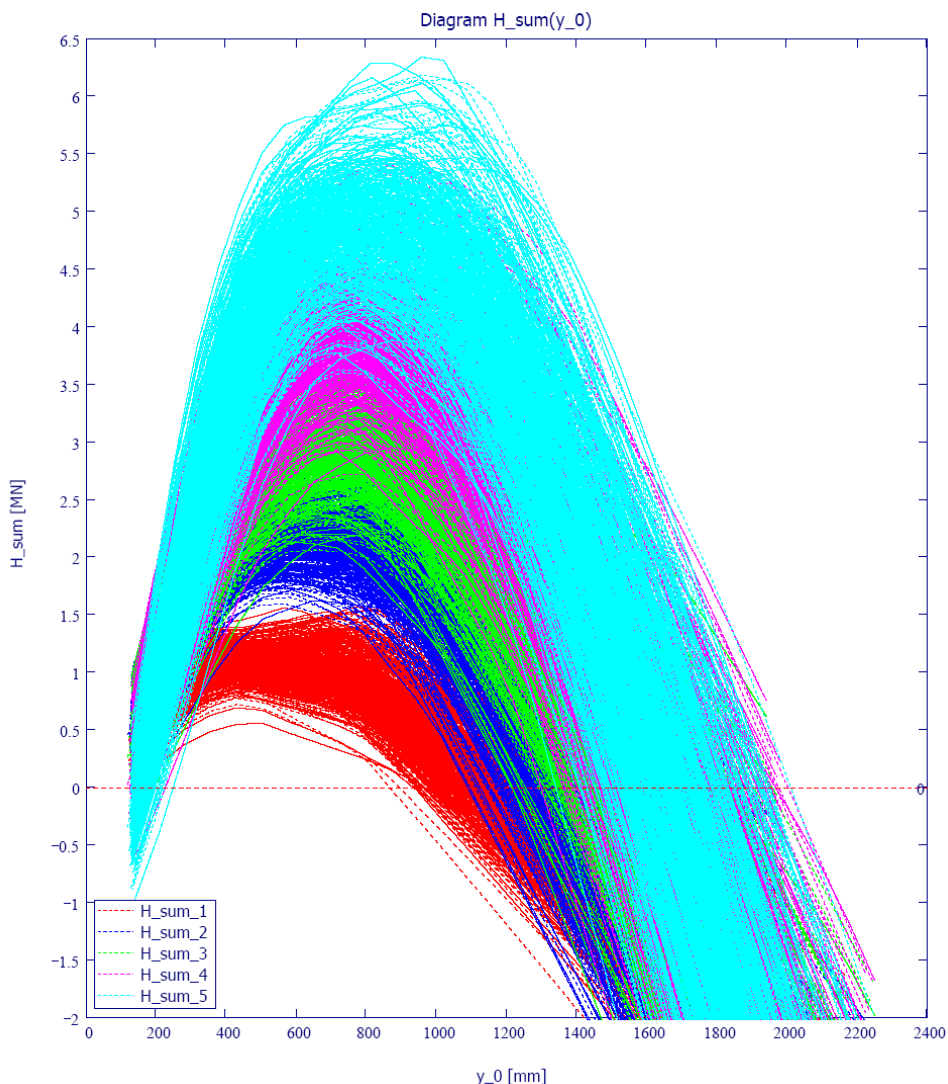
Obr. 16: Velikosti průhybů vrcholů pilířů $y_{0,elast,i}$ [mm] při uvažovaném zatížení soustavy a při respektování geometrické nelinearity s elastickým oborem působení materiálů

Pro získání více informací o řešeném problému, byly sestaveny grafy rozptylů některých náhodných veličin (funkcí). Na Obr. 17 je to graf reprezentující rozptyl momentů vnitřních sil M_r v závislosti na průhybu pilířů y_0 . Rozptyl součtových čar H_{sum} v závislosti na průhybu pilířů y_0 je pak uveden na Obr. 18. Z těchto dvou obrázků si lze vytvořit představu o mezích, v kterých se tyto závislosti pohybovaly. Počet vykreslených čar pro jednotlivé pilíře (odlišených barevně) odpovídá

provedenímu počtu simulačních kroků, jež byl z důvodů již dříve uvedených proveden pouze s omezeným rozsahem.



Obr. 17: Rozptyl momentů vnitřních sil M_r v závislosti na průhybech y_0



Obr. 18: Průběh součtových čar H_{sum} v závislosti na průhybu y_0

4 ZÁVĚR

V příspěvku je stručně naznačen pravděpodobnostní přístup při řešení spolehlivosti sdružených pilířových soustav tvořených štíhlými železobetonovými pruty. Výpočtový model vychází z metody náhradního štíhlého prutu, při uvažování výstižných pracovních diagramů materiálů vyjádřených pomocí hyperboly pro tlacený a tažený beton a zvrhlé hyperboly pro ocel výztuže (viz příspěvek [27] nebo práce [17]). Naznačené pravděpodobnostní řešení dovoluje důsledné zavedení náhodných vstupních veličin do výpočtu a to buď pomocí ohraničených histogramů nebo v případě potřeby je možno použít i histogramů parametrických. S ohledem na nedostatek publikovaných měření byly histogramy vstupních veličin v tomto příkladu odhadnuty. V případě posuzování stávajících konstrukcí je však možno řadu těchto histogramů stanovit na základě měření na těchto konstrukcích (např. odchylky, apod.).

Řešení zadané úlohy vychází z předpokladu geometrické a fyzikální nelinearity. Jednotlivé pilíře soustavy jsou uvažovány s konstantním obdélníkovým průřezem po celé jejich výšce. Řešení těchto soustav je možno provést i pro pilíře tvořené průřezy složenými, jak je naznačeno v příspěvku

[27] nebo práci [17]. S ohledem na velký rozsah řešení této úlohy jsou uvedeny pouze jeho vybrané části. Kompletně řešený příklad lze nalézt v práci [17]. Pravděpodobnostní přístup k řešení těchto soustav vede k možnosti přímého vyjádření spolehlivosti uvažované soustavy a to jak v mezních stavech bezpečnosti, tak i mezních stavech použitelnosti. Potenciál použité pravděpodobnostní metody SBRA dovoluje efektivní rozbor funkce spolehlivosti i v případě použití komplexnějších matematických modelů (například při zavedení různých časově proměnných účinků - např. koroze výztuže, karbonatace betonu, dotvarování a smršťování betonu, aj.). V následujících krocích bude proto pozornost věnována taktéž rozšíření řešené problematiky o tyto vlivy. Současné normy založené na metodě dílčích součinitelů mají pouze omezené výpočetní možnosti a neumožňují důslednou analýzu spolehlivosti v případě použití komplexnějších výpočetních modelů (jmenovitě například problém s řešením vícekomponentních účinků zatížení, již zmíněné různé časově proměnné účinky a taktéž otázka výpočtu zbytkové životnosti konstrukcí není v těchto normách dostatečně řešena s ohledem na potenciál dostupných výpočetních technologií). Uplatnění pravděpodobnostního přístupu bude proto autory nadále rozvíjeno zejména v těchto (pro metodu dílčích součinitelů) problematických oblastech.

LITERATURA

- [1] Marek, P., Guštar, M., Anagnos, T. (1995): Simulation-Based Reliability Assessment for Structural Engineers, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida.
- [2] Marek, P., Guštar, M. a Bathon, L. (1998): Tragwerksbemessung. Von deterministischen zu probabilistischen Verfahren. Academia, Praha.
- [3] Marek, P., Brozzetti, J., Guštar, M., Tikalsky, J. P. (2003): Probabilistic Assessment of Structures using Monte Carlo Simulation. Background, Exercises and Software. Second Edition. Institut of Theoretical and Applied Mechanics, Academy of Sciences of the Czech Republic, Praha.
- [4] Janda, L., Křístek, V., Kvasnička, M., Procházka, J. (1983) Štíhlé betonové tlačené pruty. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury.
- [5] CEB-FIP (1978) Model Code for Concrete Structures. Bulletin d'Information No 125-E, Paris.
- [6] CEB (1977) Design Manual on Buckling, Bulletin d'Information No 123, Decembre, Paris.
- [7] ČSN 731401 (1998): Navrhování ocelových konstrukcí. Praha: Český normalizační institut.
- [8] Pustka, D., Čajka, R., Marek, P., Kaločová, L. (2008). Multi-Component Loads Effect Analysis on a Slender Reinforced Concrete Column Using Probabilistic SBRA Method. In: Eleventh East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering & Construction (EASEC-11) "Building a Sustainable Environment". Taipei, Taiwan, November 19-21, 2008.
- [9] Teplý, B., Novák, D. (1998): Spolehlivost stavebních konstrukcí. Teorie, numerické metody, navrhování, software. Brno : CERM.
- [10] Holický, M., Marková, J. (2005): Základy teorie spolehlivosti a hodnocení rizik. Praha : ČVUT.
- [11] ČSN EN 1992-1-1 (2006): Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby. Praha : Český normalizační institut.
- [12] Bradáč, J. (1996): Betonové konstrukce - 1.část: Dimenzování prvků ze železového a prostého betonu. Ostrava : EXPERT.
- [13] Martin, L., Purkiss, J. (2006): Concrete Design to EN 1992. 2nd. ed. London : Butterworth-Heinemann..
- [14] Arya, CH. (2003) Design of structural elements. Concrete, steelwork masonry and timber design to British Standards and Eurocodes. Oxon : Spon Press.
- [15] Pavelka, L., Doležalová, J. (1995): Pravděpodobnost a statistika. Ostrava : VŠB-TU.

- [16] Guštar, M. (2002): Moderní metody simulace systémů - metoda SBRA. Disertační práce. VŠB-TUO .
- [17] Pustka, D. (2008): Využití pravděpodobnostní metody SBRA při navrhování štíhlých železobetonových konstrukcí namáhaných statickým zatížením. Habilitační práce. VŠB-TU Ostrava (v tisku).
- [18] Moravčík, M., Zemko, Š. Betónové mosty 1. Všeobecná časť. Mosty zo železobetónu. ŽU Žilina, 2004.
- [19] Menčík, J. Optimální dimenzování s ohledem na spolehlivost a náklady. In: Spolehlivost konstrukcí IX, Praha, 2008.
- [20] Kohoutková, A., Trtík, K., Vašková, J., Vodička, J. Betonové konstrukce 1. Praha: ČVUT, 2005.
- [21] ČSN EN 1992-1-1 Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby. Praha: Český normalizační institut, 2006.
- [22] Bujňák, J., Furtak, K., Vičan, J. Navrhovanie konštrukcií podľa Eurokódov. Žilina: Žilinská univerzita, 2003. ISBN 80-8070-078-8.
- [23] Hájek, J. Pretvorenia betónových konštrukcií. VEDA Bratislava, 1994.
- [24] Haldar A., Mahadevan S. Probability, reliability and statistical methods in engineering design. John Willey & Sons, Inc, New York, 2001, ISBN 0-471-33119-8.
- [25] Harvan, I. Železobetónové nosné sústavy. Navrhovanie podľa Európskych noriem. Bratislava: STU Bratislava, 2006. ISBN 80-227-2414-9.
- [26] Majdúch, D., Harvan, I., Fillo, E. Riešenie betónových konštrukcií v praxi. ALFA Bratislava, 1991.
- [27] Pustka, D., Čajka, R., Marek, P. Pravděpodobnostní analýza spolehlivosti štíhlého železobetonového prutu namáhaného vícekomponentním účinkem zatížení metodou SBRA. Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava , číslo 1, rok 2008, ročník VIII, řada stavební.
- [28] Web page www.anthill-sbra.com

Oponentní posudek vypracoval: Ing. Vladimír Gřunděl