

**Miloš RIEGER<sup>1</sup>, Pavel MAREK<sup>2</sup>**

## ÚNAVOVÁ ŽIVOTNOST TRAMVAJOVÉHO PROVIZORIA PARTYZÁNSKÁ - TROJSKÁ

### **Abstract**

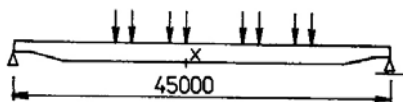
The article presents recalculation of the fatigue life estimate of a temporary, high strength steel bridge for tram traffic built in 1977 in Prague. Fatigue life assessment is now based on fully probabilistic concept. The loading as well as response history was considered and a fatigue criterion, based on the stress-range concept, was applied. Crack growth was modelled using LEFM procedures and compared with observed real cracks in the bottom flanges after about three and a half years of use. In the end the bridge had to be removed.

### **1 ÚVOD**

Tramvajové mostní provizorium Partyzánská – Trojská, přemostující řeku Vltavu v Praze, bylo uvedeno do provozu v květnu roku 1977. Na nosnou konstrukci bylo tehdy atypicky použito dílců vojenského mostního provizoria ŽBM-30 a ŽTM-30. Projekt mostu měl umožnit dvojkoľejné převedení tramvajové tratě přes Vltavu, současně nemělo dojít k omezení plavební cesty. Z těchto důvodů bylo navrženo dispoziční řešení, které předpokládalo, že z dílců budou složeny nosníky až na rozpětí téměř 46 m. Navržená a smontovaná konstrukce sice byla před uvedením do provozu prověřena statickou a dynamickou zatěžovací zkouškou pro ověření únosnosti, zcela však zůstalo opominuto posouzení z hlediska únavové životnosti.

Vojenská provizoria jsou zpravidla navrhována pouze pro krátkodobé účely s důrazem na skladebnost, vzájemnou zaměnitelnost jednotlivých dílců, nízkou hmotnost a rychlou montovatelnost a rozebíratelnost. Taktéž napětíové využití průřezů bývá vyšší než u běžných konstrukcí. V souladu s požadavky armády však u těchto provizorních mostů nebývá vyžadováno posouzení z hlediska kumulace únavového poškození. Je proto zřejmé, že použití tohoto typu konstrukce pro dlouhodobé civilní využití bez patřičného posouzení únavové životnosti by mohlo vést až k fatálním důsledkům. V daném případě se jednalo o zajištění dlouhodobého provozu tramvajové linky s denním provozem více než 200 souprav denně.

Na kritickou situaci bylo naštěstí včas upozorněno a následně tehdejšími kompetentními orgány rozhodnuto o vypracování podrobného posouzení mostní konstrukce na únavu a stanovení bezpečné životnosti v souladu s tehdejšími normativními postupy, viz [6]. Doprava však byla v plném rozsahu ponechána, omezena byla pouze rychlost přejezdu. Jak se potvrdilo později, bylo toto opatření velice riskantní.



**Obr. 1:** Schéma 1824 mm vysokého plnostěnného nosníku (X – lokalizace místa posuzovaného z hlediska únavové životnosti).

---

<sup>1</sup> Ing. Miloš Rieger, Ph.D., Katedra konstrukcí, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875, Ostrava-Poruba, tel.: +420 597 321 349, e-mail: milos.rieger@vsb.cz.

<sup>2</sup> Prof. Ing. Pavel Marek DrSc., Ústav teoretické a aplikované mechaniky, Akademie věd ČR, 190 00 Praha, Prosecká 76, tel. +420 283 882 462 e-mail: marekp@itam.cas.cz.

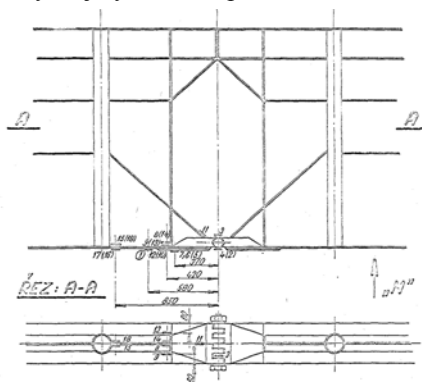
Předkládaný příspěvek se zaměřuje na opětovné posouzení zmiňovaného mostního provizoria, tentokrát v souladu s dnešními normativními předpisy a s využitím plně pravděpodobnostního přístupu reprezentovaného metodou SBRA.



**Obr. 2:** Tramvajové mostní provizorium Partyzánská – Trojská přes Vltavu.

## 2 ÚČINKY ZATÍŽENÍ

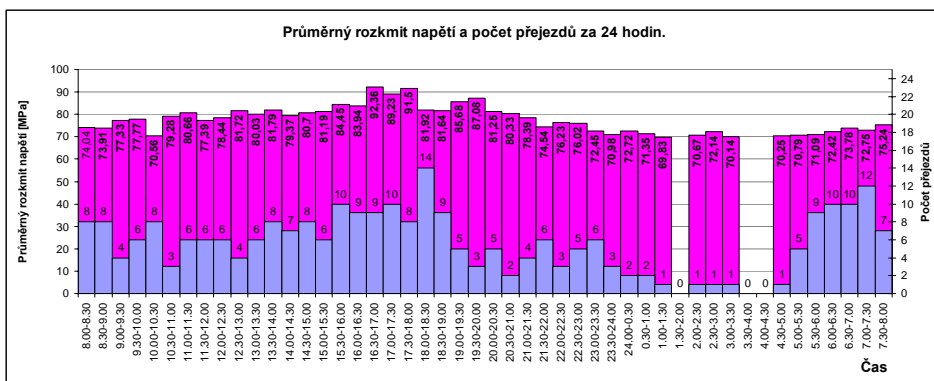
Před zahájením teoretických prací na posouzení ocelové konstrukce z hlediska únavy byly specifikovány požadavky na experimentální vyšetření konstrukce. Cílem těchto zkoušek bylo ověření výstižnosti teoretických modelů a vyšetření skutečných rozkmitů napětí od nahodilého zatížení reálnými tramvajovými soupravami. Sledovanými místy byla kritická místa v oblasti čepových styků ve středu rozpětí nejdelších polí. Jednalo se o místo označené jako „X“ – oblast příčného svaru přivařené zesilující příločky u čepového styku (čelní svar proveden v pozvolném sklonu a zabroušen) a místo „Z“ – oblast připojení duté výztuhy stojiny na dolní pásnici.



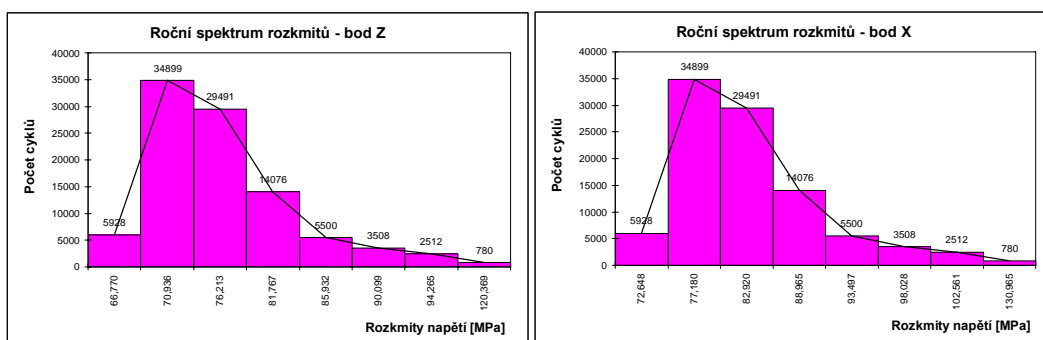
**Obr. 3:** Sledovaná místa – bod „X“ a „Z“.



**Obr. 4:** Čepový styk.



Obr. 5: Průměrný rozkmit napětí a počet přejezdů za 24 hodin.



Obr. 6: Reprezentativní roční spektra rozkmitů pro bod „X“ a „Z“.

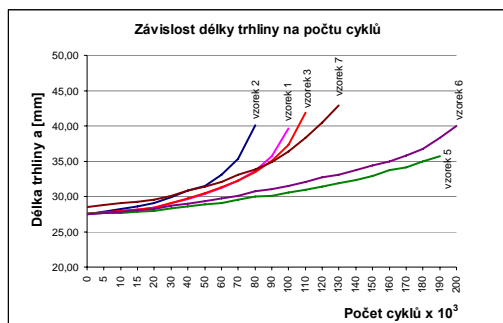
Složité časový průběh zatížení mostu byl převeden na 8 základních kategorií, které charakterizovaly uvažovanou vytíženost tramvají. Podrobně byla zjišťována denní spektra rozkmitů charakterizující běžný den měsíce září – červen, běžné dny v období prázdnin, provoz během víkendů a také v období zesíleného provozu. Ze získaných podkladů byla pak sestavena reprezentativní roční spektra rozkmitů vztažená pro bod „X“ a „Z“.

### 3 MATERIÁLOVÉ CHARAKTERISTIKY

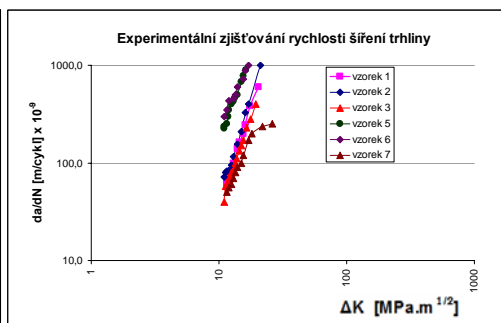
V návaznosti na prováděné zatěžovací zkoušky, sledování průhybů a experimentální zjišťování reprezentativních rozkmitů napětí bylo taktéž přistoupeno k laboratorním zkouškám [8], které měly za úkol zjistit základní charakteristiky použitého materiálu a rychlost šíření únavové trhliny včetně stanovení její kritické velikosti. Z dodaných ocelových pásů vysokopevnostní bainitické oceli materiálu ČSN 15 222 byla vyrobena normová trhací tělíska a vrubová tělesa. U šesti vrubových těles byla provedena iniciace trhliny při cyklickém zatížení  $1 \div 10$  kN při frekvenci 30 Hz. Tělesa byla zkoušena za běžných teplot, při teplotě  $0^\circ\text{C}$  a při nízkých teplotách pod cca  $-25^\circ\text{C}$ . Zjištěné hodnoty meze kluzu se pohybovaly v rozmezí  $f_y = 585 \div 599$  MPa,  $K_{IC} = 28,9 \div 37,4$  MN.m<sup>-3/2</sup>, rozměr kritické trhliny zkušebních vzorků byl stanoven:  $a_{cr} = 17 \div 18$  mm.

Použitou bainitickou ocel 15 222 lze z tehdejšího pohledu charakterizovat jako moderní, vysokopevnostní materiál jemnozrnné struktury legovaný chromem, molybdenem a bórem. Pro uvažovanou tloušťku 12 mm byla stanovena minimální mez kluzu hodnotou 500 MPa, pevnost v tahu  $600 \div 800$  MPa, tažnost 18%. U bainitických ocelí se všeobecně předpokládala vyšší odolnost proti korozi a také dobré vlastnosti z hlediska únavy a křehkého lomu. Pro svoji vyšší tvrdost a pevnost se však obtížněji zpracovávaly. Pro svařování pak byla doporučována zvláštní opatření k zabránění

vzniku trhlin ve svaru a jeho okolí (např. přehřev, elektrody s nízkým obsahem vodíku apod.) – nevhodný technologický postup při svařování by pak mohl být původcem primárních iniciačních trhlin. Bainitické oceli s ohledem na vyšší poměr meze kluzu k mezi pevnosti vykazují také nižší rezervu bezpečnosti.



Obr. 7: Závislost délky trhliny na počtu cyklů.



Obr. 8: Rychlost šíření únavové trhliny.

Z vynesení grafu rychlosti šíření únavové trhliny, obr. 8, lze odvodit potřebné materiálové konstanty:

$$C = 3,645605 \cdot 10^{-13}$$

$$m = 4,8432272$$

#### 4 POSOUZENÍ ÚNAVOVÉ ŽIVOTNOSTI

Posouzení únavové životnosti s využitím plně pravděpodobnostního přístupu vychází ze zjištěných reprezentativních ročních rozkmitů napětí představovaných histogramy podle obr. 6 a z laboratorně zjištěných materiálových charakteristik. Finální posouzení spolehlivosti, případně stanovení počtu cyklů do lomu, může být provedeno s využitím:

- ekvivalentního rozkmitu napětí, např. pro jednotný sklon odpovídající Wöhlerovy křivky;
- kumulativní hypotézy poškození, např. Palmgren-Minerovy, a odpovídající Wöhlerovy křivky;
- přístupu podle LEFM při sledování růstu trhliny z počáteční velikosti  $a_0$  do kritické velikosti  $a_{cr}$ , koncepce založené na  $\Delta K$  s použitím Paris-Erdoganovy rovnice;
- definice náhodné iniciační trhliny.

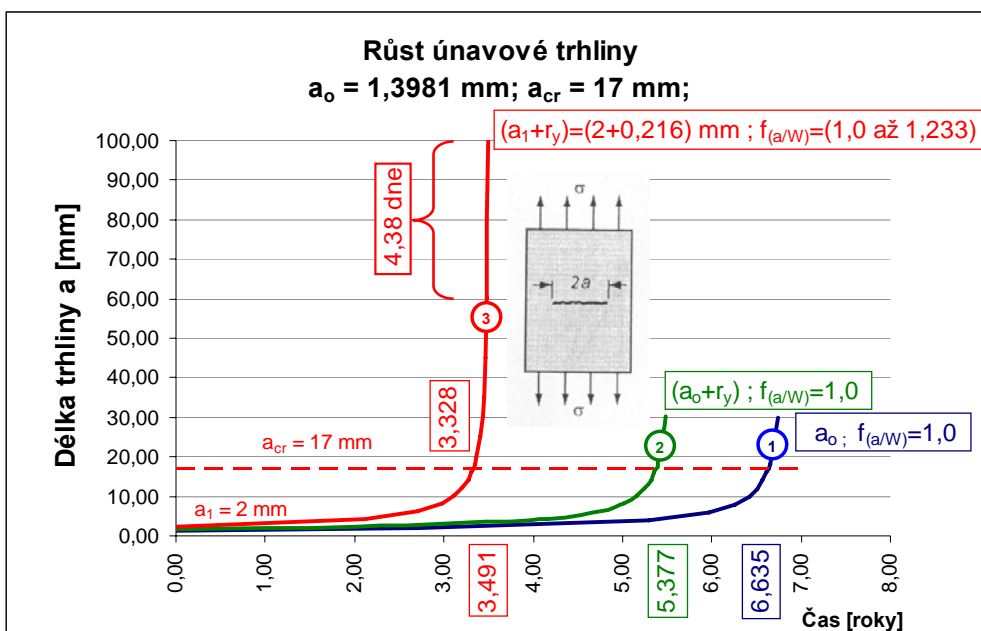
##### 4.1 Posouzení únavové životnosti pomocí ekvivalentního rozkmitu napětí

V souladu s dnešními normativními přístupy byl ekvivalentní rozkmit napětí určen pro jednotný sklon Wöhlerovy křivky se sklonem  $m = 3$ .

$$\Delta\sigma_E = \left[ \frac{\sum n_i (\Delta\sigma_i)^m}{N_{VZTAŽ.}} \right]^{1/m} \quad (1)$$

$$\Delta\sigma_E = 30,599 \text{ MPa} \quad \text{pro } N_{VZTAŽ.} = 2 \cdot 10^6 \text{ cyklů (detail kategorie 56), případně}$$

$$\Delta\sigma_E = 83,997 \text{ MPa} \quad \text{pro } N_{VZTAŽ.} = \sum n_i = 96694 \text{ cyklů, což plně koresponduje s použitým „reprezentativním“ rozkmitem } \Delta\sigma_{RMS} \text{ dle [6].}$$



**Obr. 9:** Růst únavové trhliny při ekvivalentním rozkmitu napětí  $\Delta\sigma_E = 83,997 \text{ MPa}$ .

Křivka „1“ na obr. 9 popisuje růst centrální příčné trhliny v pásu nekonečné šířky ( $f_{(a/W)}=1,0$ ) s iniciační trhlinou  $a_0=1,3981 \text{ mm}$  při zatížení ekvivalentním rozkmitem napětí  $\Delta\sigma_E = 83,997 \text{ MPa}$ . Křivka „2“ navíc počítá s korekcí iniciační trhliny s ohledem na plastickou zónu v kořeni trhliny. Křivka „3“ byla určena „zpětnou“ konstrukcí, a to od termínu ukončení provozu v 11/1980, kdy byly zjištěny nadměrné trhliny velikosti až cca  $2a=200 \text{ mm}$ . Při tomto výpočtu byl již pás uvažován o konečné šířce a zohledněn poměr  $(a/W)$  pomocí Brownovy korekční funkce, následně byla dopočítána počáteční velikost počáteční trhliny na  $2a_1=4,0 \text{ mm}$ , což mohlo odpovídat reálnému stavu. Z průběhu křivky „3“ dále vyplývá, že po dosažení kritické velikosti trhliny  $a_{cr} = 17 \text{ mm}$  dochází k rychlému nárůstu trhliny s tím, že k dolomení prvku může dojít každým dalším přejezdem tramvajové soupravy.

## 4.2 Posouzení únavové životnosti pomocí kumulativní hypotézy poškození

Poškození odpovídající jednomu bloku zatížení (dopravní provoz za 1 rok) lze za použití Palmgren-Minerovy hypotézy kumulace poškození vyjádřit:

$$D_b = \frac{\sum a_i}{N_D} = \frac{\sum n_i \left( \frac{\Delta\sigma_{ef,i}}{\Delta\sigma_D} \right)^m}{N_D} \quad \text{kde} \quad (2)$$

$\Delta\sigma_{ef,i} = [1 - \text{pos}(\Delta\sigma_L - \Delta\sigma_i)] \cdot \Delta\sigma_i$  je rozkmit efektivního napětí a  $N_D$  počet cyklů pro konstantní amplitudu;

$$m = 3 + 2 \cdot \text{pos}(\Delta\sigma_D - \Delta\sigma_{ef,i}).$$

Počet opakování uvažovaného bloku do porušení potom bude

$$b = \frac{D_M}{D_b} = \frac{D_M \cdot N_D}{\sum a_i} = \frac{D_M \cdot N_D}{a} \quad \text{kde} \quad (3)$$

$D_M$  je mezní poškození.

Rezerva spolehlivosti vztažená k celkové délce života pak může být vyjádřena

$$R - S = D_M - b \cdot D_b \quad (4)$$

Pro aplikaci metody SBRA byly vstupní veličiny uvažovány následovně:

uvažována kategorie detailu 56 (bod „X“ - přivaření zesilující příločky) s konstantním rozkmitem  $\Delta\sigma_D = 41$  MPa; trilineární křivka životnosti s konstantními exponenty  $m = 3$  a  $m = 5$ ;  $N_D$  je uvažováno s normálním rozdělením; prahový rozkmit  $\Delta\sigma_L$  je vyjádřen pomocí  $\Delta\sigma_L = 0,05^{1/m} \cdot \Delta\sigma_D$  a proto je také náhodnou veličinou; mezní poškození  $D_M$  má normální rozdělení s min. hodnotou 0,8 a max. hodnotou 1,2.

### 4.3 Přístup podle LEFM

V rámci lineární lomové mechaniky lze k popisu růstu trhliny použít koncepci založenou na  $\Delta K$  s použitím Paris-Erdoganovy rovnice ve tvaru:

$$\frac{dA}{dN} = C \cdot (\Delta K)^m \quad \text{kde} \quad (5)$$

$N$  je počet kmitů,

$C$  a  $m$  jsou materiálové konstanty a

$\Delta K$  rozkmit součinitele intenzity napětí.

Rozkmit součinitele intenzity napětí je obecně vyjádřený ve tvaru

$$\Delta K = \Delta\sigma(\pi \cdot a)^{0,5} \cdot f_{(a)} \quad \text{kde} \quad (6)$$

$a$  je rozměr trhliny a

$f_{(a)}$  korekční funkce závislá na tvaru trhliny a tělesa.

Pokud jsou známy materiálové konstanty  $C$  a  $m$ , je možno vyjádřit potřebný počet kmitů  $N$  ke zvětšení rozměru  $a_i$  na rozměr  $a_j$  pomocí

$$N_{i,j} = \int_{a_i}^{a_j} \frac{da}{C \cdot (\Delta K)^m} \quad (7)$$

V případě, že je možno korekční funkci  $f_{(a)}$  považovat za konstantní, a po zavedení  $\alpha = \left[ \frac{m}{2} - 1 \right]$ ,

lze celkový počet kmitů vyjádřit:

$$N_{i,j} = \frac{1}{C \cdot \alpha \cdot \pi^{m/2} \cdot (f_{(a)})^{m/2}} \cdot \frac{1}{(\Delta\sigma)^m} \cdot \frac{1}{a_i^\alpha} \left[ 1 - \left( \frac{a_i}{a_j} \right)^\alpha \right] \quad (8)$$

Lineární lomová mechanika, reprezentovaná rovnicí (5) je definovaná pouze pro střední lineární část celkového rozsahu. Při nízkých hodnotách  $\Delta K$  rychlost růstu trhliny prudce klesá k prahové hodnotě součinitele intenzity napětí  $\Delta K_{th}$ , při kterém se již trhlina nešíří.

Při vícestupňovém namáhání, je-li známo spektrum namáhání, je možno taktéž využít Palmgren-Minerovu hypotézu kumulace poškození a definovat poškození odpovídající jednomu bloku zatížení, např. ve zjednodušeném tvaru

$$D_b = \sum \frac{n_i}{N_i} = \sum \frac{n_i}{N_{i,cr}} = \sum \frac{n_i}{\int_{a_{o,i}}^{a_{cr,i}} \frac{da}{C \cdot (\Delta K)^m}} \quad \text{kde} \quad (9)$$

$N_{i,cr}$  je počet kmitů potřebný k nárůstu iniciační trhliny  $a_o$  do velikosti  $a_{cr}$  pro diskrétní rozkmit  $\Delta\sigma_i$  při počtu kmitů  $n_i$ .

Efektivní hodnota počáteční trhliny by měla být určena se započítáním korekce s ohledem na plastickou zónu. Efektivní délku počáteční trhliny pro centrální defekt pásu nekonečné šířky lze vyjádřit jako

$$a_{i,eff} = a_i + r_y \quad (10)$$

$$r_y = \frac{1}{6\pi} \left( \frac{K_{IC}}{R_y} \right)^2 \quad \text{kde} \quad (11)$$

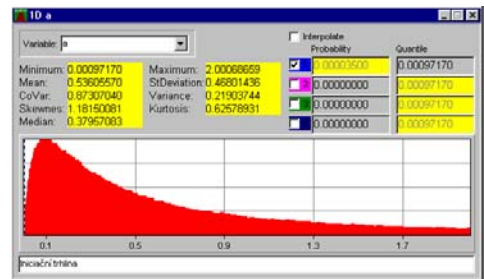
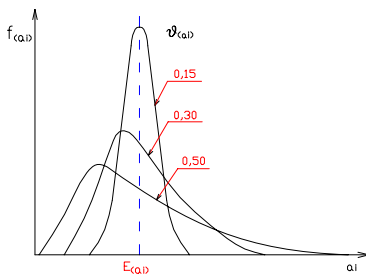
Pokud velikost trhliny přesáhne určitou mez, je nutno zohlednit i pás s konečnou šířkou pomocí korekční funkce, ve zmiňovaném případě pro centrální trhlínu např. podle Browna:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = 1 + 0,256\left(\frac{a}{W}\right) - 1,152\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 12,200\left(\frac{a}{W}\right)^3 \quad (12)$$

Hodnota  $K_{IC}$  charakterizuje odolnost materiálu proti statické iniciaci křehkého porušení v elastické oblasti při rovinné deformaci. Aby na špičce trhliny existoval stav rovinné deformace, musí být

$$t_d \geq 2,5 \left( \frac{K_{IC}}{R_y} \right)^2 \quad (13)$$

Počet opakování uvažovaného bloku do porušení, tzn. nárůst trhliny z uvažovaného defektu  $a_0 = 2,7962/2 = 1,3981$  mm do  $a_{cr} = 17$  mm, potom bude



**Obr. 10:** Rozdělení pravděpodobnosti výskytu iniciační trhliny  $a_i$  (bez useknutí zleva).

$$b = \frac{D_M}{D_b} \quad \text{kde} \quad (14)$$

$D_M$  je mezní poškození.

Rezerva spolehlivosti vztažená k celkové délce života pak může být opět vyjádřena

$$R - S = D_M - b \cdot D_b \quad (15)$$

Kritický rozměr trhliny může být uvažován se započítáním korekce s ohledem na plastickou zónu; poškození odpovídající jednomu bloku víceetapového namáhání je uvažováno dle (9), počet bloků do poškození  $b$  dle (14); mezní poškození  $D_M$  má normální rozdělení s min. hodnotou 0,8 a max. hodnotou 1,2. Mez kluzu oceli a vstupní geometrické veličiny jsou uvažovány pomocí odpovídajících histogramů.

#### 4.4 Přístup podle LEFM s využitím definice náhodné iniciační trhliny

Iniciační trhlina  $a_i$  je předpokládána jako náhodná veličina pomocí useknutého histogramu s log-normálním rozdělením (interval pro  $a_i$  od 0,2 až 2,0 mm), viz obr. 10. Efektivní délka počáteční centrální trhliny pásu nekonečné šířky je vyjádřena jako  $a_{i,\text{eff}} = a_i + r_y$ .

Kromě definice náhodné iniciační trhliny je výpočet a posouzení provedeno postupem již popsaným v kap. 4.3.

### 5 SOUHRN A ZÁVĚRY

Posouzení únavové životnosti bylo provedeno v souladu s doporučeními podle [15], případně s využitím přístupu podle LEFM. Bylo konstatováno, že rozhodujícím místem z hlediska únavové životnosti bylo sledované místo „X“ (příčný svar přivařeně zesilující příločky na dolním pásu), kterému byla při výpočtu přisouzena kategorie detailu 56; pro sledované místo „Z“ (příčný svar duté výztuhy stojiny na dolní pásnici pro  $l > 50$  mm) byla předpokládána kategorie detailu 71. Součinitel únavové pevnosti při porovnáních nebyl aplikován ( $\gamma_{Mf} = 1,0$ ). Zde je však nutno poznamenat, že dle [15] je doporučován součinitel v hodnotě až  $\gamma_{Mf} = 1,35$ . Provedená posouzení opětovně prokázala nevhodnost použití tohoto typu konstrukce v daných podmínkách.

Zjištěné hodnoty únavové životnosti a následná porovnání poměrně dobře korespondují se zapsaným chováním mostu a znovu potvrzují nebezpečnost a kritičnost tehdy vzniklé situace. Zpětnou konstrukcí získaná růstová křivka trhliny (křivka „3“ na obr. 9) poukazuje na reálnou možnost existence primární iniciační trhliny v blízkosti příčného svaru (místo „X“) o velikosti  $2 \cdot a_i = 4,0$  mm a následné nebezpečí dolomení pásnice v poměrně krátkém čase. Po 3,5 letech provozu by toto nebezpečí hrozilo již při každém dalším přejezdu tramvajové soupravy. Z porovnání, které je provedeno v tab. 1 vyplývá, že rozvoj sledovaných trhlín a jejich nárůst je závislý především na velikosti primární iniciační trhliny. Poměrně výstižnou modelaci v tomto ohledu poskytuje přístup podle LEFM s využitím definice náhodné iniciační trhliny.

Z příslušné dobové dokumentace vyplývá, že mostní provizorium, uvedené do provozu v květnu roku 1977, mělo zůstat, navzdory závěrům provedených expertíz, v provozu až do června 1983. Bohužel, i přes zavedená opatření, kterými bylo snížení rychlosti přejezdů a pravidelné prohlídky, byly již v roce 1980 lokalizovány v kritických místech dolního pásu trhliny nepřipustných délek až do cca 200 mm, viz obr. 11. Dne 10.11.1980 byla doprava zastavena, konstrukce byla snesena a nahrazena novým příhradovým provizoriem, které slouží dodnes, obr. 13. Demontované dílce



nevyhovujícího mostního provizoria, které nevykazovaly kumulovaná poškození únavou, byly pak následně použity pro zastřešení zimního stadionu v Lounech [7], viz obr. 12.

Proměnné účinky pohyblivého zatížení na mostech mohou způsobit únavová poškození, která výrazně ovlivní spolehlivost a bezpečnost mostů. Velice nebezpečná situace může nastat při použití ocelových mostních provizií, která byla primárně určena pro armádní účely. V těchto případech je nutné, aby konstrukce byla detailně posouzena i na účinky kumulovaného poškození únavou. S narůstajícími poznatky o této problematice se konzervativní deterministické metody posouvají k pravděpodobnostním, které jsou výstižnější, ale náročnější na teoretická řešení a aplikační uplatnění.

**Tabulka 1:** Porovnání dosažených životností.

Použitý přístup	Použité kritérium	Dosažená únavová životnost [roky]	
		deterministický přístup při $\gamma_{Mf} = 1,0$	pravděpodob- nostní přístup pro $P_d=0,00007$
ekvivalentní rozkmit napětí	$\Delta\sigma_E = \left[ \frac{\sum n_i (\Delta\sigma_i)^m}{N_{VZTAŽ.}} \right]^{1/m}$	6,635 ( $a_o$ ; $f_{(a/W)}=1,0$ ) příp. 6,129 (S-N křivka)	4,458 ( $a_o$ ; $f_{(a/W)}=1,0$ ) -
Palmgren-Minerova hypotéza kumulace poškození	$D = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} \geq 1$	6,013	4,255
Přístup podle LEFM	$D_b = \sum \frac{n_i}{\int_{a_{o,i}}^{a_{cr,i}} \frac{da}{C \cdot (\Delta K)^m}}$	6,268	4,551 ( $a_o$ ; $f_{(a/W)}=1,0$ )
Přístup podle LEFM s využitím definice náhodné iniciační trhliny	$D_b = \sum \frac{n_i}{\int_{a_{o,ini,i}}^{a_{cr,i}} \frac{da}{C \cdot (\Delta K)^m}}$	3,562	<b>2,931</b> ( $a_{ini,var}$ ; $f_{(a/W)}=1,0$ )



**Obr. 11:** Zjištěné únavové trhliny nepřípustných délek na dolním pásu.



**Obr. 12** Montáž zastřešení zimního stadionu v Lounech z demontovaných dílců provizoria.



**Obr. 13** Současné příhradové mostní provizorium.

### Poděkování

*Projekt byl realizován za finanční podpory ze státních prostředků prostřednictvím Grantové agentury České republiky. Registrační číslo projektu je 103/07/0557.*

### LITERATURA

- [1] MAREK, P., GUŠTAR, M., ANAGNOS, T., Simulation-Based Reliability Assessment for Structural Engineers, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida, 1995, ISBN 0-8493-8286-6.
- [2] MAREK, P., GUŠTAR, M., Computer program AnthillTM (Copyright), Distr. ARTech, Nad Vinicí 7, 143 00 Praha 4, 1989-2001.
- [3] MAREK, P., Prediction of Fatigue Life in a Steel Bridge, IABSE Colloquium, Lousanne, 1982.
- [4] MAREK, P., HÁŠA, P., KOTTOVÁ, J., K životnosti ocelové mostní konstrukce z pohledu únavové pevnosti, Inženýrské stavby, 1981/2, Alfa, Bratislava.
- [5] MAREK, P., KROUSKÝ, J., Únavová pevnost ocelových mostů, Inženýrské stavby, 1981/2, Alfa, Bratislava.
- [6] MAREK, P., a kol., Výpočetní kontrola mostní konstrukce Partyzánská–Trojská v Praze z hlediska pevnosti na únavu, Praha, 1980.
- [7] MAREK P., Životnost tramvajového provizoria. DOPRAVA 5/2007, Min. dopravy, str. 19
- [8] Zmrhal, V., Zpráva č. 78080008 o experimentálním zjištění šíření trhliny a velikosti kritického defektu, Praha, 1980.
- [9] HUDÁK, J., at all, Comparison of Single-Cycle Versus Multiple- Cycle Proof Testing Strategies – Report no. 4318 Washington, D.C., NASA.
- [10] HUDÁK, J., Únavové namáhání ocelových konstrukcí, ManaCon Prešov, 2003.
- [11] VLK, M., Uplatnění metody SBRA při řešení únavových problémů, Sborník konference Spolehlivost konstrukcí, DT Ostrava, březen 2001, Ostrava.
- [12] VLK, M., Posouzení únavové životnosti metodou dílčích součinitelů a metodou SBRA, Sborník konference Spolehlivost konstrukcí, DT Ostrava, duben 2005, Ostrava.
- [13] RIEGER, M., MAREK, P., LOKAJ, A., Dlouhodobé sledování dynamické odezvy mostního objektu, Sborník příspěvků česko-slovenské konference EXPERIMENT '07, 25. – 26. říjen 2007, Brno, s. 395-400, ISBN 978-80-7204-543-3
- [14] JANSSEN, M., ZUIDEMA, J., WANHILL, R.J.H., Fracture mechanics, Netherlands, 2002. ISBN 90-407-2221-8
- [15] EUROCODE 3: Design of steel structures – Part 1.9: Fatigue strength of steel structures..

**Oponentní posudek vypracoval:** Doc. Ing. Leo Václavek, CSc.